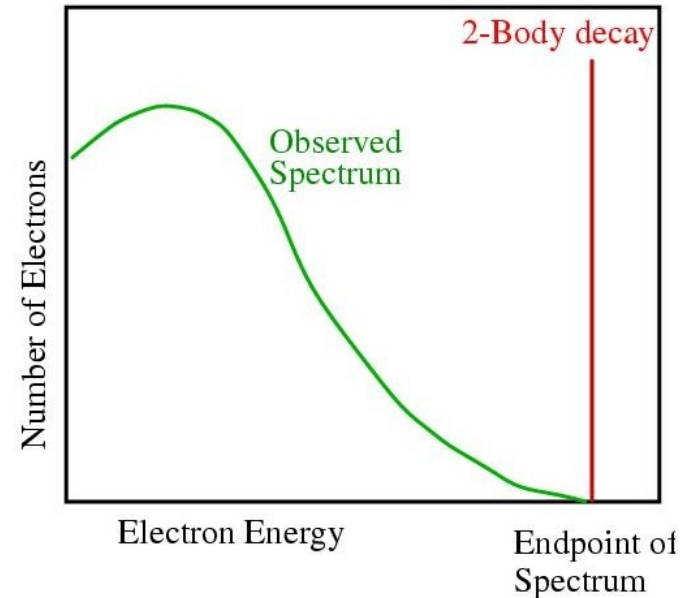


Neutrino-Oszillationen

Theorie

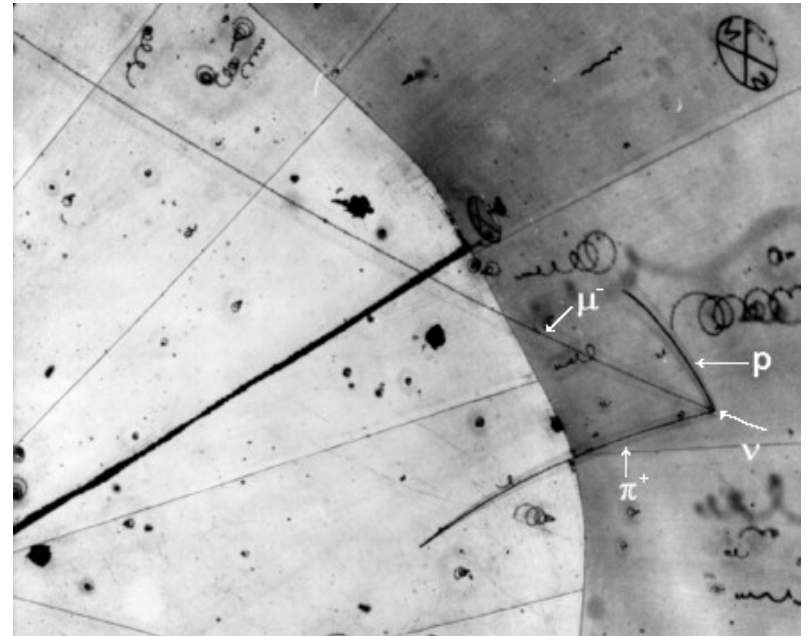
Erfindung

- 1930 von Pauli postuliert, um das kontinuierliche Energiespektrum des Betazerfalles zu erklären
- Von Pauli erst „Neutron“ genannt, gab ihm Fermi, welcher die Theorie des Betazerfalles erarbeitete, den Namen „Neutrino“, um Verwechslungen mit dem 1932 entdeckten Neutron zu vermeiden



Entdeckung

- 1956 von Cowan und Reines nachgewiesen
- 1995 Nobelpreis erhalten
- 1962 Myon-Neutrino entdeckt
- 1988 Nobelpreis vergeben
- 2000 Tauon-Neutrino entdeckt



Herkunft

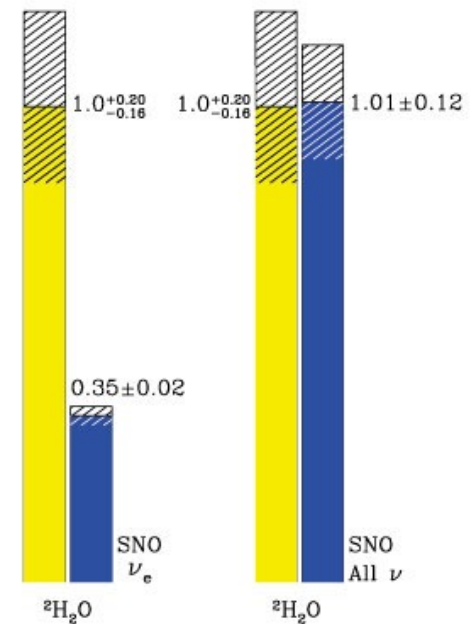
- Kernfusion in Sternen $\sim 10^{38}$ pro Sekunde
- Supernova-Explosionen $\sim 10^5$
- Kosmische Hintergrund Neutrinos ~ 56 pro Typ pro cm^3
- Kosmische Strahlung
- Beschleuniger
- Kernreaktoren
- Natürlicher Zerfall

Probleme

- Ray Davis (Nobelpreis 2002) misst im Homestake-Experiment 30 Jahre lang solare Neutrinos (insgesamt rund 2000 Stück)
- Findet aber nur rund ein Drittel des erwarteten Elektron-Neutrino-Flusses (Ordnung 10^{10} pro cm^2 und Sekunde)
- In den (Super-) Kamiokande-Experimenten durch kosmische Strahlung entstandene Myon-Neutrinos detektiert
- Von den die Erde durchquerenden Neutrinos werden aber nur halb so viele gemessen als von den gerade von Oben kommenden

Lösung

- Von den verschiedenen Ansätzen zur Erklärung und Lösung dieser Probleme (z.B. Fehler im Standardmodell der Sonne...) setzt sich schließlich die Idee der Neutrino-Oszillation durch
- Demnach wandeln sich die Elektron-Neutrinos auf ihren Weg zur Erde in Myon- und Tauon-Neutrinos
- Sudbury Neutrino Observatory bestätigt, dass Summe der Neutrinos aller Flavours dem erwarteten Wert entsprechen
- Auch die Messungen an den atmosphärischen Neutrinos bestätigen Oszillationsthese



Neutrino-Oszillationen

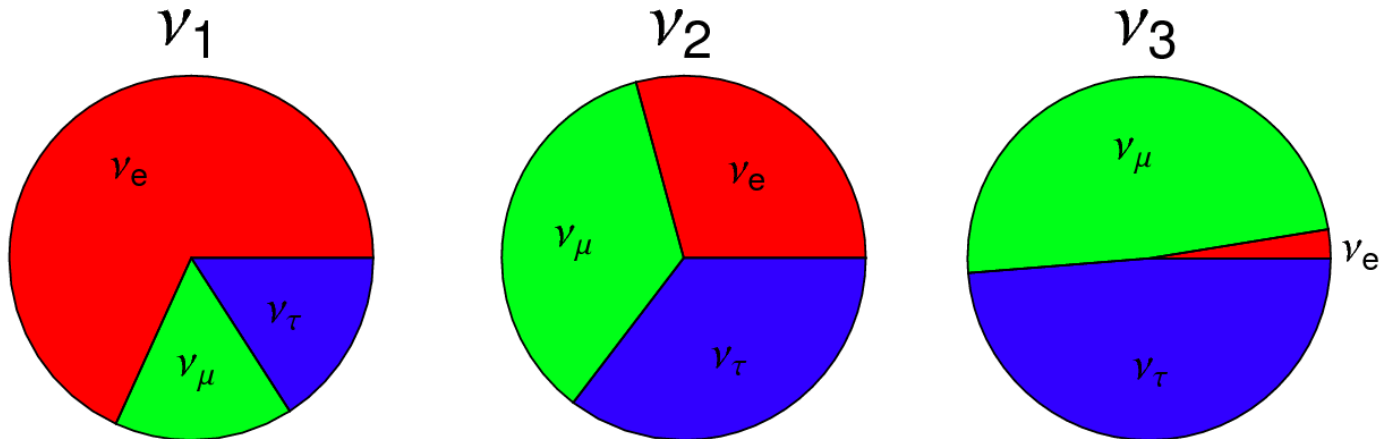
- Schon 1957 sagte Bruno Pontecorvo Neutrino-Oszillationen theoretisch voraus
- Für Oszillationen sind Massendifferenzen zwischen den Neutrinos notwendig
- Also müssen mindestens zwei eine nichtverschwindende Masse haben
- Zudem müssen die Massen-Eigenzustände gegenüber den Flavour-Eigenzuständen vermischt sein

Flavour-Massen-Mischung

- Flavour-Zustände als Summe von Massen-Zuständen und umgekehrt

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle$$

$$|\nu_i\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha i} |\nu_\alpha\rangle$$



Mischungsmatrix

- Ähnlich der Cabibbo–Kobayashi–Maskawa Matrix bei Quarks
- Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata Matrix:

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

- Ist der Phasenfaktor δ ungleich Null tritt CP-Verletzung auf
- α_1 und α_2 sind nur dann ungleich Null, wenn Neutrinos Majorana-Teilchen sind

Oszillationstheorie

- Ausbreitung der Massenzustände als ebene Wellen

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-i(E_i t - \vec{p}_i \cdot \vec{x})} |\nu_i(0)\rangle$$

- Im ultra-relativistischen Limit ($|\vec{p}_i| = p_i \gg m_i$) gilt

$$E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2} \simeq p_i + \frac{m_i^2}{2p_i} \approx E + \frac{m_i^2}{2E}$$

- Damit erhält man nach einigen Umformungen

$$|\nu_i(L)\rangle = e^{-im_i^2 L/2E} |\nu_i(0)\rangle$$

- Und schließlich

$$|\nu_\alpha(L)\rangle \approx \sum_\beta \left(\sum_i U_{\alpha i}^* e^{-i(m_i^2/E)L} U_{\beta i} \right) |\nu_\beta\rangle$$

Oszillationstheorie

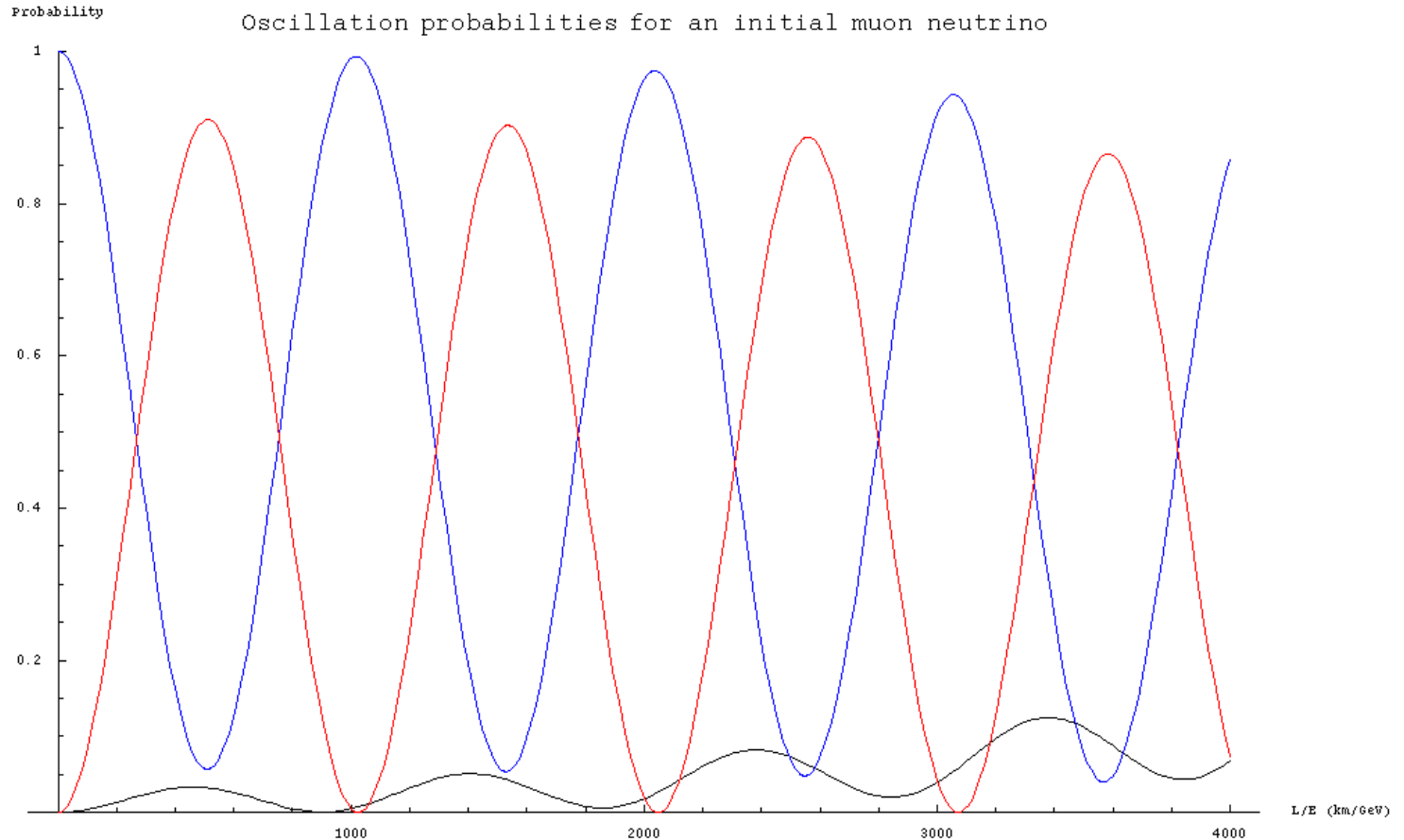
- Die Wahrscheinlichkeit ein Neutrino, welches im Flavour-Zustand α erzeugt wurde, sich bei einer Messung im Zustand β befindet

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = |\langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle|^2 = \left| \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-im_i^2 L/2E} \right|^2$$

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 \cdot L}{4E}\right) + 2 \sum_{i>j} \text{Im}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin\left(\frac{\Delta m_{ij}^2 \cdot L}{2E}\right)$$

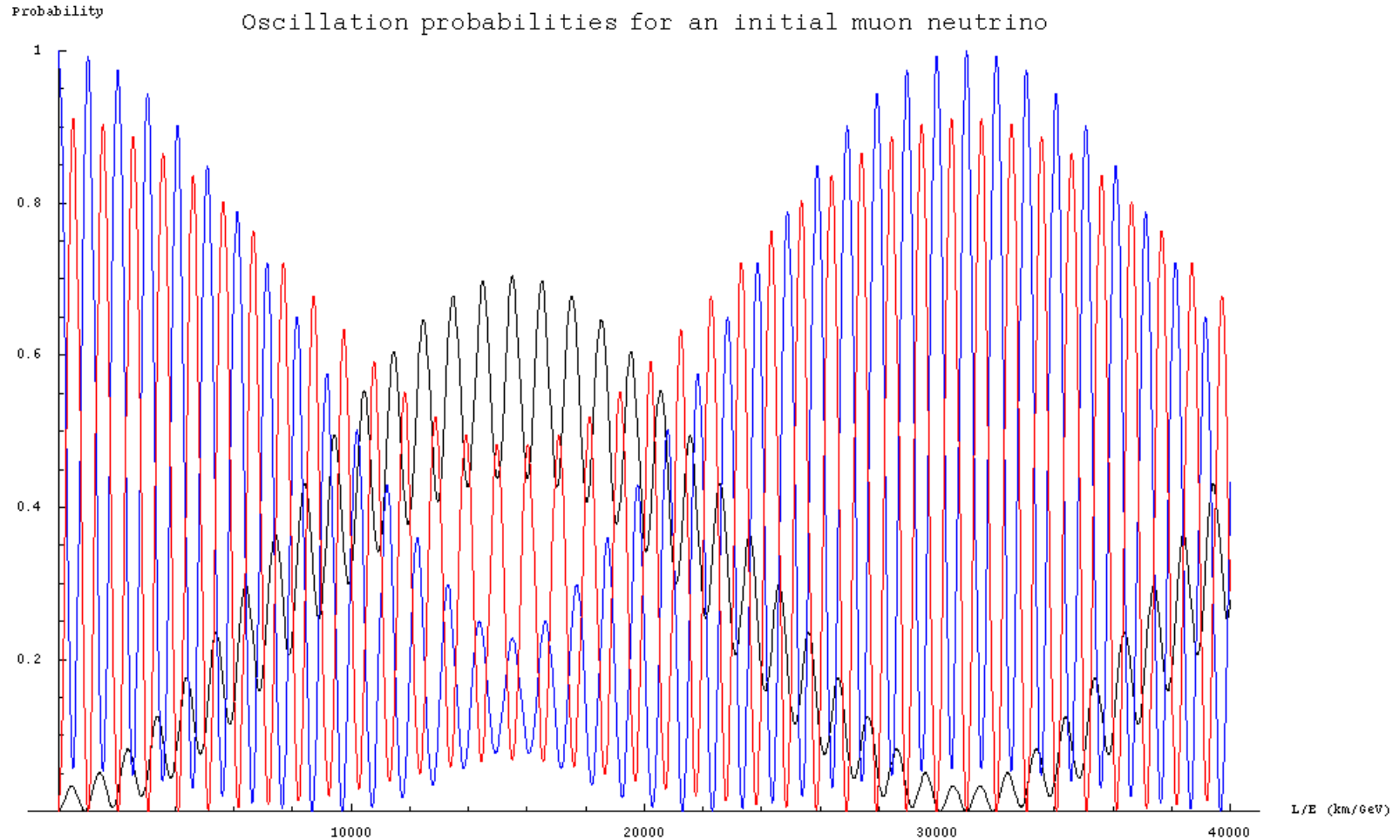
- Dabei ist $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$
- Falls $\delta=0$, also keine CP-Verletzung, verschwindet die zweite Summe

Myon-Neutrino in der Atmosphäre

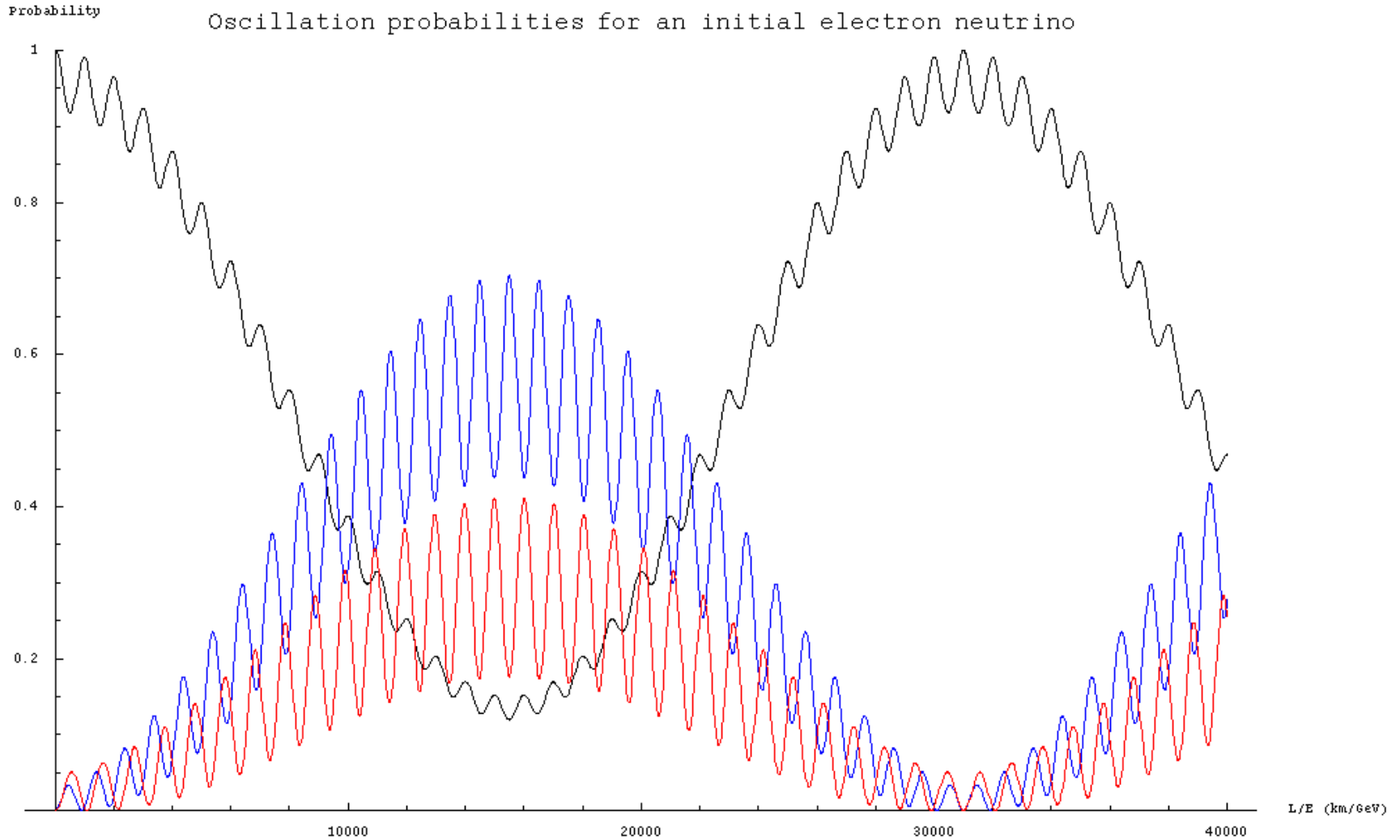


- schwarz=elektron, blau=myon, rot=tau

Größere Rolle des Elektron-Neutrinos bei Myon-Neutrino-Oszillationen über größere Entfernungen



Oszillation des Elektron-Neutrinos



Aktuelle Werte

parameter	best fit	2σ	3σ
$\Delta m_{21}^2 [10^{-5} \text{eV}^2]$	7.6	7.3–8.1	7.1–8.3
$\Delta m_{31}^2 [10^{-3} \text{eV}^2]$	2.4	2.1–2.7	2.0–2.8
$\sin^2 \theta_{12}$	0.32	0.28–0.37	0.26–0.40
$\sin^2 \theta_{23}$	0.50	0.38–0.63	0.34–0.67
$\sin^2 \theta_{13}$	0.007	≤ 0.033	≤ 0.050

Offene Fragen

- $\theta_{13} > \text{oder} = 0$, δ , α_1 , α_2 und absolute Neutrino-Massen?
- Woher kommen diese Massen überhaupt? Denn die Kopplung ans Higgs-Feld erfordert auch rechtshändige Teilchen.
 - Neutrinos = Majorana-Teilchen?
 - Sterile rechtshändige Neutrinos?
 - Modifikationen des Standardmodells?
 - Supersymmetrie
 - Triplet-Zustände
 - Loop-Effekte
 -
 -
-